

УДК 539.23; 539.216.1; 537.311.322

В. Д. Кревчик, М. Б. Семенов, Р. В. Зайцев, З. А. Гаврина

ДИССИПАТИВНЫЙ ТУННЕЛЬНЫЙ ТРАНСПОРТ: СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Аннотация. Настоящий обзор посвящен анализу развития теории квантового туннелирования с диссипацией применительно к проблеме электронного транспорта. Анализируются особенности туннельной динамики квантовой частицы, взаимодействующей с термостатом, а также существующие методы описания этой динамики, дающие аналитические результаты: метод инстантонов, ВКБ и др. Обсуждаются перспективы развития этого направления и спектр нерешенных проблем. Рассматриваются физические реализации, где преимущественным является туннельный распад.

Ключевые слова: диссипативное туннелирование, туннельный распад, метод инстантонов.

Abstract. This review is devoted to analysis of the quantum dissipative tunneling theory with application to the problem of electron transport. The authors analyze the features of the quantum particle tunnel dynamics interacting with a heat-bath. The article describes the existing methods for describing this dynamics (such as the instanton – method, VKB – method etc.). The researchers review the perspectives for development of this direction and corresponding unsolved problems. The article also considers physical realizations with preferential method of tunnel decay.

Key words: dissipative tunneling, tunnel decay, instanton method.

1. Методы и системы

В данном обзоре обсуждается современное положение дел в исследованиях диссипативного туннелирования для систем с контактами Джозефсона, низкотемпературных адиабатических химических реакций и рассматриваются перспективы применения науки о диссипативном туннелировании для описания транспорта в туннельно-связанных наноструктурах. В последние годы проблеме электронного транспорта в туннельно-связанных наноструктурах уделяется значительное внимание исследователей [1–50]. Актуальной также является проблема управляемости параметрами наноструктур и мезоскопических систем (МС) с учетом их нелинейных свойств. Научный и практический интерес к туннельным процессам обусловлен прежде всего необычайно сильной чувствительностью вероятности туннелирования к электронному энергетическому спектру, потенциалу конфайнмента системы, параметрам внешнего поля и среды – термостата. Именно последнее обстоятельство дает дополнительную «степень свободы» для возможного управления свойствами туннельно-связанных наноструктур. С другой стороны, при изучении МС необходимо учитывать, что физика и химия электронных процессов в наномасштабах имеют много общего. МС подобны макромолекулам, и они, как правило, связаны с матрицей или средой – термостатом. Неслучайным является в этой связи введение таких терминов, как «квантовые молекулы», образованные туннельно-связанными квантовыми точками. Это дает возможность рассматривать физику МС в сочетании с многомерным диссипативным

туннелированием, которое происходит не только в МС, но и во многих химических реакциях. Исследование движения квантовой частицы, взаимодействующей с термостатом, является одной из важных проблем современной теоретической физики. Интерес к дальнейшему развитию науки о квантовом туннелировании с диссипацией возродился в последнее время в связи с активизацией исследований туннельно-связанных МС, которые, в частности, можно рассматривать как реактивные молекулярные комплексы. При этом существенным оказывается тот факт, что в искусственных, доступных современным нанотехнологиям структурам с квантовыми точками (КТ) и квантовыми молекулами (КМ) оказывается возможным наличие нетривиальных нелинейных квантовых эффектов (типа бифуркаций, изломов и т.д.), которые, в отличие от «естественных» химических реакций, оказываются устойчивыми. Актуальность дальнейшего развития науки о диссипативном туннелировании применительно к структурам с квантовыми точками, несмотря на использование квазиклассических (инстантонных) подходов, связана с возможностью получения основных результатов в аналитической форме, что в других часто используемых подходах при необходимости учитывать принципиально важное влияние среды на процесс туннельного переноса не представляется возможным. Таким образом, изучение квантовых эффектов, связанных с диссипативной туннельной динамикой в системах с квантовыми точками, является актуальной проблемой современной физики конденсированного состояния.

Туннелирование частиц представляет собой фундаментальное микроскопическое явление [1–50], с которым мы встречаемся в различных областях физики, химии и биологии. Квантовое туннелирование оказывается важным при исследовании электронного транспорта через молекулярные нити, структуры с квантовыми точками или ямами, а также в низкотемпературных химических реакциях. Многие из отмеченных систем рассматриваются с позиций инстантонного подхода. Вычисление константы туннелирования, основанное на инстантонном приближении, делает все перечисленные явления в некотором смысле «подобными». В химических реакциях константа скорости предполагает экспоненциальную эволюцию для вероятности переноса, тогда как в электронных приборах константа скорости определяет туннельный ток.

Скорость туннелирования может задаваться выражением [50]

$$T(\varepsilon_1 \rightarrow \varepsilon_2) = \sum_{\vec{p}, \vec{k}} w_{\vec{p} \rightarrow \vec{k}} \delta(\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_1) \delta(\varepsilon_{\vec{k}} - \varepsilon_2),$$

где $w_{\vec{p} \rightarrow \vec{k}}$ – «составляющая» вероятности обнаружить электрон в области правого контакта в состоянии $\vec{k}$ при условии, что электрон стартовал из области левого контакта из состояния $\vec{p}$. Как только скорость туннелирования найдена, можно выписать выражение для электрического тока, пользуясь следующим соотношением [50]:

$$J = J_{for} - J_{back} = \frac{1}{e} \int d\varepsilon_1 \int d\varepsilon_2 T(\varepsilon_1 \rightarrow \varepsilon_2) f(\varepsilon_1) (1 - f(\varepsilon_2)) - \\ - T(\varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon_1) f(\varepsilon_2) (1 - f(\varepsilon_1)),$$

где $f(\epsilon)$ – функция распределения Ферми. В этом соотношении рассматриваются прямой и обратный токи. Существуют различные подходы для вычисления скорости туннелирования $T(\epsilon_1, \epsilon_2)$. Один способ основан на использовании Гамильтониана переноса (transfer-type Hamiltonian) [50], а другие предполагают применение вычислений, основанных на квазиклассическом приближении. Скорость туннелирования может быть найдена с использованием достаточно мощной техники, которую ввел Langer и развил Leggett с сотрудниками [50] – так называемое инстантонное приближение [45–50]. Эквивалентность между инстантонным и квазиклассическим приближениями рассматривал Schmid (следует также отметить недавние работы В. А. Бендерского, Е. В. Ветошкина и Е. И. Каца [39–43]). Метод инстантонов становится очень полезен, если включить взаимодействие электрона с колебаниями среды (термостатом), что соответствует ситуации многомерного туннелирования. Такая проблема оказывается важной в различных областях физики, таких как туннелирование в контактах Джозефсона, туннелирование в системах с квантовыми точками и молекулярными пленками, в химии низкотемпературных реакций. В своих работах Nitzan и соавторы [50] отмечали, что составляющая вероятности переноса внутренне связана со скоростью электронного переноса в соответствующих химических реакциях. Однако, как обсуждал Nitzan [50], выражение, которое получили Landauer и Buttiker, используемое при выводе электронного тока, подразумевает когерентное движение электронов. При низких температурах $w_{\vec{p} \rightarrow \vec{k}}$ может быть вычислена с использованием инстантонного приближения. Такой подход имеет ряд преимуществ:

- это хорошо развитый метод, позволяющий включать в рассмотрение взаимодействие с термостатом (осцилляторами среды) [50];
- может быть также рассмотрено электрон-электронное взаимодействие, когда используется «гамильтониан квантованного заряда» [50].

Инстантонный подход в рамках развития науки о квантовом туннелировании с диссипацией был успешно применен в низкотемпературной химической динамике для одно- и двухчастичного туннелирования, В. А. Бендерский, Д. Е. Макаров и соавторы [39–43] использовали этот метод для двумерных моделей, Voth и соавторы развили модификацию этого метода (centroid modification) [50]. Как отмечалось в [50], двухпротонное туннелирование представляет интересную особенность – нарушение симметрии при низких температурах, когда вместо последовательного туннелирования (несинхронного) одного за другим протонов возникает режим синхронного скоррелированного туннельного переноса этих двух частиц. Другими словами, наблюдается эффект бифуркации двумерных туннельных траекторий. Интересно отметить, что этот эффект в некотором смысле аналогичен ситуации, рассмотренной Ю. Н. Овчинниковым и Б. И. Ивлевым для двумерной модели взаимодействующих контактов Джозефсона [13].

Как отмечалось выше, задача о туннельной динамике квантовой частицы, взаимодействующей с термостатом, представляет несомненный научный интерес в различных физических, химических и даже биологических приложениях. Исторически впервые эта наука была развита применительно к сверхпроводящим системам с контактами Джозефсона в работах I. Affleck, P. Wolynes, A. J. Leggett, А. И. Ларкина, Ю. Н. Овчинникова и других авторов

[1–21]. Продуктивным оказалось также применение этой науки к низкотемпературной адиабатической химической кинетике [24–28]. В последнее время в связи с бурным развитием физики и химии мезосистем, а также современной технологии наноструктур активно изучаются системы туннельно-связанных квантовых точек и нитей [50], где продуктивность развития и применения науки о квантовом туннелировании с диссипацией может оказаться вполне оправданной. Впервые предлагается рассматривать мезосистемы и макромолекулы с позиций квантовой химической динамики. Продуктивность такого подхода связана с тем, что в пространстве наномасштабов физика и химия электронных процессов имеют много общего и появляется интересная возможность для изучения взаимодействия мезосистем с контактной средой в рамках науки о квантовом туннелировании с диссипацией.

К настоящему моменту исторически сложились два направления теоретического исследования молекулярных систем [50]. Одно из них – изучение структуры и электронно-колебательно-вращательных спектров устойчивых конфигураций молекул, другое – изучение химических реакций, т.е. переходов между устойчивыми конфигурациями. Эти направления развивались независимо, опираясь на различные теоретические модели. Если основу теории молекул и молекулярных спектров составляет квантовая механика, теория химических реакций исходит из статистических моделей типа теории переходного состояния. Различие подходов объясняется тем, что предметом молекулярной спектроскопии являются низкоэнергетические состояния дискретного спектра с определенными значениями квантовых чисел, тогда как в химических реакциях доминируют высокоэнергетические состояния почти непрерывного спектра, для которых единственным интегралом движения является полная энергия. Сегодня указанное различие начинает исчезать: молекулярная спектроскопия с высоким временным и спектральным разрешением стремится изучать молекулы и молекулярные комплексы вдали от положений равновесия (т.е. в области переходов между устойчивыми конфигурациями), а химическая динамика – переходы между определенными колебательно-вращательными состояниями. Тенденция к объединению теоретических представлений молекулярной спектроскопии и химической динамики привела к появлению квантовой химической динамики как универсального квантово-механического метода описания внутренних движений в молекулах и реактивных комплексах в широкой области энергий и геометрий от дискретных низкоэнергетических состояний до порога диссоциации. Другой не менее важной причиной быстрого развития квантовой химической динамики в двух последних десятилетиях является прогресс вычислительной квантовой химии.

Современные квантово-химические методы в сочетании с суперкомпьютерами позволяют находить поверхности потенциальной энергии (ППЭ) молекул и реактивных комплексов, содержащих до десяти атомов первого и второго периодов, с так называемой «химической точностью» в 0,1–0,3 Ккал/моль, которая достаточна для расчета констант скорости типичных термоактивированных реакций. Возможность построения таких ППЭ создает надежный фундамент для последующих динамических расчетов и позволяет им приобрести предсказательную ценность. Благодаря появлению «химически точных» ППЭ, изменились и методы квантовой химической динамики. Вместо развивавшихся ранее качественных методов (типа гамильтониана пути реакции (Миллер) и приближения прямолинейных траекторий (Овчинникова,

Маркус) [50], в которых многомерная ППЭ заменяется одномерным эффективным потенциалом вдоль пути, постулируемом в адиабатическом или высокочастотном пределе) стали развиваться значительно более трудоемкие, но более обоснованные квантовые методы Монте-Карло и зависящего от времени самосогласованного поля. Хотя эти методы полностью решают динамическую задачу, их возможности ограничены экспоненциальным ростом объема вычислений с ростом числа степеней свободы. В отличие от обычных задач квантования, в которых чтобы воспроизвести волновые функции в классически разрешенной области, достаточно степенное увеличение объема вычислений, динамические расчеты требуют корректного представления экспоненциально малых «хвостов» этих функций в классически запрещенной области, т.е. учета малых вкладов возбужденных состояний. Требование к точности расчета возрастает с ростом высоты барьера и связанным с ним экспоненциальным уменьшением амплитуд междуямных переходов.

Альтернативой квантовым методам могут служить квазиклассические, точность которых, напротив, возрастает с высотой барьера. Однако метод ВКБ, универсальный в одном измерении, до сих пор не удалось обобщить для многомерных задач из-за факториального роста числа границ между областями с различными комбинациями действительных и мнимых импульсов, сопряженных нормальным координатам. По этой причине для решения многомерных задач квантовой динамики необходимы методы построения глобально-однородных (несингулярных) квазиклассических волновых функций. Одним из таких методов является метод инстантонов, выдвинутый Поляковым и Колманом (1977) в общей теории поля [50]. Так, в работах [29–31, 39–43, 50] была использована основная идея метода инстантона и разработан квазиклассически точный метод, позволяющий решить задачу о туннельных расщеплениях для симметричных двухъямных потенциалов в широкой области энергий от основного состояния до состояний, расположенных вблизи вершины барьера. Метод инстантонов применялся также для квантования связанных состояний многоямных 1D-потенциалов. Удалось оценить точность метода инстантонов и сравнить ее с точностью метода ВКБ. Метод инстантонов также применялся к расчету вероятностей распада квазистационарных состояний. При этом были решены:

- модельная задача о разрушении когерентности состояний в двухъямном 1D-потенциале;
- задача Ландау – Зинера методом инстантонов.

Метод инстантонов также применялся к квантованию и расчету вероятностей переходов между пересекающимися адиабатическими потенциалами при произвольной величине адиабатической связи. Диссипативное туннелирование в моделях разной мерности подразумевает также квазистационарность состояний (при этом существенным остается вопрос возникновения распадных (квазистационарных) состояний в нераспадных, например двухъямных, потенциалах).

2. Туннельный распад квазистационарных состояний

Полная совокупность состояний произвольного, не зависящего от времени потенциала включает также состояния непрерывного спектра с энергией $E > U^*$ (т.е. превышающей высоту барьера), волновые функции которой

$\Phi_E(x)$ действительны, ограничены на бесконечности и удовлетворяют условию нормировки

$$\int \Phi_E(x) \Phi_{E'}(x) dx = \delta(E - E'). \quad (1)$$

Эволюцию любого первоначально приготовленного состояния $\Psi(x, t=0)$ можно описать суперпозицией собственных функций дискретного и непрерывного спектра с зависящими от времени фазами

$$\Psi(x, t) = \sum_n a_n \exp\left(-i \frac{E_n}{\hbar} t\right) \Phi_n(x) + \int a_E \exp\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right) \Phi_E(x) dE; \quad (2)$$

$$|\Psi(x, t)|^2 \rightarrow 0 \text{ при } |x| \rightarrow \infty, U(x) < E.$$

$$\text{Начальная плотность распределения } \rho(t) = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x, t)|^2 dx, \text{ сосредото-}$$

ченная в яме при $t=0$, экспоненциально уменьшается во времени по закону радиоактивного распада:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\Gamma}{\hbar} \rho, \quad \rho(t) = \rho(0) \exp\left(-\frac{\Gamma}{\hbar} t\right). \quad (3)$$

Соотношение (3) означает, что волновые функции состояний имеют вид

$$\Psi_n(x, t) = \psi_n(x) \exp\left(-i \frac{E_n - i \frac{\Gamma_n}{2}}{\hbar} t\right), \quad (4)$$

а их собственные значения комплексны и расположены в нижней полуплоскости (E, Γ) . Квантование состояний дискретного спектра осуществляется указанным выше условием $|\Psi(x, t)|^2 \rightarrow 0$ при $|x| \rightarrow \infty$, эквивалентным сохранению плотности вероятности во времени. Однако это условие не выполняется для квазистационарных состояний, поскольку комплексным значениям энергии соответствуют комплексные значения волнового вектора

$$k_n(E_n, \Gamma_n) = k_1 - i k_2, \quad k_1 = \frac{\sqrt{2\mu E_n}}{\hbar}, \quad k_2 = k_1 \frac{\Gamma_n}{4E_n}; \quad (5)$$

где волновые функции $\psi_n(x)$ экспоненциально возрастают в области инфинитного движения и имеют вид

$$\psi_n(x) \approx \frac{1}{\sqrt{v}} \exp\left(i \frac{\sqrt{2\mu E_n}}{\hbar} x\right) \exp\left(\frac{\Gamma}{4E_n} \frac{\sqrt{2\mu E_n}}{\hbar} x\right), \quad (6)$$

где $v = \sqrt{2E/\mu}$ – скорость. Причина роста волновой функции заключается в том, что в момент времени t в точке x находятся частицы, покинувшие яму

в момент времени $t - x/v$, когда амплитуда волновой функции была больше, чем в момент времени t в силу соотношения (4). Выбор граничного условия для квазистационарных состояний основан на предположении, что барьер настолько высок, что время пребывания в яме намного больше периода колебаний в ней $E_n / \hbar$:

$$U^* \gg E_n, \quad E_n > \Gamma. \quad (7)$$

Условие исчезновения волновых функций на бесконечности заменяется условием постоянства потока функции $\psi_n(x)$ из области ямы через барьер, т.е. отсутствия асимптотического решения, направленного в сторону барьера из области инфинитного движения. Для функций (6) рассматриваемое условие имеет вид

$$\frac{1}{\psi} \frac{d\psi}{dx} \Big|_{x \rightarrow \infty} = ik(E, \Gamma). \quad (8)$$

Соотношения (4)–(8) показывают, что различие квазистационарных и стационарных состояний исчезает при $\Gamma \rightarrow 0$, т.е. при непрозрачном барьере, разделяющем области финитного и инфинитного движения, квазистационарное состояние становится истинно стационарным. Однако при конечных скоростях распада функции квазистационарных состояний не входят в совокупность собственных функций, что следует из отмеченных особенностей их асимптотического поведения. Можно показать, что в разложении функций квазистационарных состояний по собственным функциям с действительными значениями энергии (и, следовательно, волнового вектора), описываемом соотношением (2), доминирует вклад функций непрерывного спектра, расположенных в окрестности собственных значений E_n :

$$\Psi_k(x) = \begin{cases} A(k)\varphi_k^{(0)}(x), & x < x_m, \\ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin(kx + \delta(k)), & x > x_m, \end{cases} \quad (9)$$

где функция $\varphi_k^{(0)}$ нормирована на единицу, а фаза описывается соотношением

$$\delta(k) = \delta_0 - \tan^{-1} \frac{k_2}{k - k_1}, \quad (10)$$

в котором δ_0 означает составляющую фазы, не зависящую от k .

Для волновых функций, отвечающих значениям энергии E и E' , близким к E_n , справедливо соотношение

$$\int_{-\infty}^x \varphi_k(x') \varphi_{k'}(x') dx' = \frac{\hbar^2}{2\mu} (E - E')^{-1} \left(\varphi_{k'} \frac{d\varphi_k}{dx} - \varphi_k \frac{d\varphi_{k'}}{dx} \right), \quad (11)$$

которое можно получить тем же способом, что и формулу Лифшица – Херринга. Переходя в соотношении (11) к пределу $E - E' \rightarrow 0$, находим коэффициент $A(k)$, определяющий амплитуду волновой функции в яме,

$$A^2(E) = \frac{2\hbar}{\pi} \sqrt{\frac{2E_n}{\mu}} \frac{\Gamma_n}{4(E - E_n)^2 + \Gamma_n^2}. \quad (12)$$

Соотношение (12) показывает, что амплитуды волновых функций непрерывного спектра резко возрастают в области квазистационарного уровня E_n . При $E = E_n$ средняя плотность вероятности пребывания в яме приближенно равна

$$\bar{\Phi}_{k_1}^2 \approx A^2(E_n)(2x_m)^{-1} = (\pi\Gamma_n T_t)^{-1}, \quad T_t = x_m \sqrt{\frac{\mu}{2E_n}}.$$

Поскольку по определению квазистационарного состояния время пролета внутренней области T_t мало по сравнению с временем распада, плотность вероятности в ней намного больше, чем в области инфинитного движения. Ширина лоренцева распределения $A(E)$ определяется скоростью распада Γ . Таким образом, в терминах стационарных состояний значения Γ_n характеризуют ширины резонансов при действительных собственных значениях E_n . Локализованное нестационарное состояние формируется такой комбинацией функций непрерывного спектра, что их интерференция обеспечивает экспоненциальное уменьшение результирующей амплитуды в области инфинитного движения. Рассмотренную особенность функций непрерывного спектра при наличии квазистационарного состояния можно описать с помощью формализма матрицы рассеяния. Соотношение (12) показывает, что амплитуда волновой функции (9) обращается в бесконечность при комплексных значениях энергии $E_n - i\Gamma_n/2$, т.е. квазистационарным состояниям отвечают полюса матрицы рассеяния.

При рассмотрении эволюции во времени функции начально приготовленного квазистационарного состояния $\Psi_n(x, t=0) = \Psi_n^{(0)}(x)$ с помощью соотношения (2) можно показать, что благодаря нерезонансной составляющей $\Psi(x, t)$ начальная эволюция неэкспоненциальна и определяется свойствами потенциала в области $U(x) > E_n$. С другой стороны, экспоненциальность распада нарушается при больших временах, когда

$$\Gamma_n \geq E_n \exp\left(-\frac{\Gamma_n}{\hbar} t\right). \quad (13)$$

Таким образом, экспоненциальный закон распада (3) наблюдается в ограниченном интервале времени:

$$\frac{\hbar}{E_n} \leq t \leq \frac{\hbar}{\Gamma_n} \ln\left(\frac{E_n}{\Gamma_n}\right), \quad (14)$$

который быстро сокращается с увеличением Γ_n . Поскольку скорость распада минимальна для состояний с наименьшей энергией, именно распад последних описывается соотношением (3). Для состояний, близких к вершине барьера, распад становится быстрым и неэкспоненциальным.

Теория возмущений для квазистационарных состояний, разработанная Я. Б. Зельдовичем, формулируется как задача об изменении E и Γ при малом изменении потенциала $\delta V(x)$ (уравнение Шредингера при этом преобразуется в уравнение типа Рикатти для логарифмической производной от волновой функции).

Было показано, что изменение собственных значений, обусловленное нерезонансным туннелированием, пропорционально квадрату туннельного матричного элемента как в асимметричном двухъямном, так и распадном (типа кубической параболы) потенциалах. Распадный потенциал типа кубической параболы подробно изучался как в одномерных моделях, так и многомерных (в рамках науки о квантовом туннелировании с диссипацией, для систем с контактами Джозефсона; подобным потенциалом описываются и реакции молекулярного распада). Изменения собственных значений в упомянутых потенциалах относятся к принципиально различным эффектам. Сдвиг уровней двухъямного потенциала обусловлен когерентным туннелированием, при котором амплитуды локализованных волновых функций осциллируют во времени с частотой, пропорциональной H_{12}^2 / A , где A – расстройка резонанса локализованных состояний. Напротив, амплитуды волновых функций состояний распадного потенциала экспоненциально затухают во времени с вероятностью $\Gamma \approx H_{12}^2 / \omega^L$. Таким образом, изменения собственных значений локализованных состояний действительны и характеризуют частоты когерентных туннельных переходов, а мнимые поправки к собственным значениям состояний определяют вероятности их туннельного распада, т.е. константы скорости. В работах [40–43] рассматривался потенциал

$$V(X) = \frac{1}{2} X^2 (1 - X) \left(1 - \frac{1}{b^2} X \right), \quad (15)$$

который с ростом параметра b превращается из симметричного двухъямного при $b=1$ в распадный при $b \rightarrow \infty$. Потенциал (15) в формализме инстантонов характеризуют точка поворота второго порядка $X=0$ и две точки поворота первого порядка $X=1$ и $X=b^2$, ограничивающие классически разрешенную область правой ямы. Уровни квантования находятся методом матриц связи. Это уравнение в форме ВКБ имеет вид

$$\tan(\gamma W_1^*) \tan(\gamma W_3^*) = 4 \exp(-2\gamma W_2^*). \quad (16)$$

При энергиях, малых по сравнению с высотой барьера, туннелирование вызывает малые изменения собственных значений левой ямы, и действие в ней пропорционально энергии

$$\gamma W_1^* = \pi \left(n + \frac{1}{2} + \chi \right) = \pi \epsilon. \quad (17)$$

Квазиклассические волновые функции асимптотически гладко переходят в решения уравнения Шредингера. Коэффициенты линейных комбинаций ВКБ-функций при $X \rightarrow \pm\infty$ связаны матрицей связи

$$\begin{pmatrix} B_3 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cos \gamma W^* & -\sin \gamma W^* \\ \sin \gamma W^* & 2^{-1} \cos \gamma W^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}, \quad W^* = \int_{-\sqrt{2\varepsilon/\gamma}}^{\sqrt{2\varepsilon/\gamma}} \sqrt{2\left(\frac{\varepsilon}{\gamma} - V(X)\right)} dX, \quad (18)$$

где W^* – укороченное действие между точками поворота. Из условия ограниченности решений следует, что $B_1 = 0$, $B_3 = 0$, т.е. $\cos(\gamma W^*) = 0$, это непосредственно приводит к формуле Бора – Зоммерфельда для квантования действия $\gamma W^* = \pi\left(n + \frac{1}{2}\right)$.

Действие в правой яме определяется интегралом (18) и при $b^2 > 1$ описывается соотношением, справедливым с точностью до членов порядка $O(\varepsilon^2 / \gamma^2)$:

$$\gamma W_3^* = \gamma W_3^{(0)} + \pi \beta \varepsilon, \quad \gamma W_3^{(0)} = \frac{\pi}{16b} (b^2 - 1)^2 (b^2 + 1), \quad \beta = \frac{b^2 + 1}{b}. \quad (19)$$

Соотношение (19) можно переписать в виде

$$\gamma W_3^* = \pi \left(n_3 + \frac{1}{2} + \alpha + \beta \chi \right), \quad (20)$$

где n_3 – ближайшее целое число к $\gamma W_3^{(0)} / \pi + \beta(n + 1/2) - 1/2$; α_n – разность между ним и n_3 , т.е. α_n – расстройка резонанса n -го уровня левой ямы и ближайшего к нему уровня правой ямы, $|\alpha_n| < 1/2\beta$. Параметр $\beta = 2/\omega^R$, где ω^R – частота нелинейных колебаний в правой яме при $\varepsilon = 0$, определяет плотность спектра, растущую пропорционально b , когда $b \gg 1$. В результате уравнение квантования приобретает вид

$$\tan(\pi \chi_n) \tan(\pi(\alpha_n + \beta \chi_n)) = R_n. \quad (21)$$

Уравнение квантования в инстантонной форме отличается от уравнения (21) только членами порядка $O(\chi^2)$ в левой части:

$$\pi \chi_n \tan(\pi(\alpha_n + \beta \chi_n)) = R_n \left(1 + O(\gamma^{-1}) \right), \quad (22)$$

где

$$R_n = \frac{2^{n+2} \gamma^{n+1/2}}{\pi^{1/2} 2n!} \exp(-2\gamma W_2^*). \quad (23)$$

Правая часть уравнения (22) содержит поправку порядка $O(\gamma^{-1})$ вследствие смещения точек поворота с изменением ε . Как следует из уравнений (22) и (23), характер спектра зависит от параметра βR_n , равного квад-

рату отношения туннельного матричного элемента к расстоянию между соседними уровнями в конечном состоянии. При решении уравнений (21) и (22) при $\beta R_n \ll 1$ показано [40–43], что экспоненциально малые, пропорциональные $\exp(-2\gamma W_2^*)$ смещения уровней описываются соотношениями, учитывающими изменения частоты правой ямы:

$$\begin{aligned} \epsilon_n &= n + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\beta} \left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{4\beta^2}{\pi^2} R_n} - \alpha_n \right), \quad \epsilon_{n0} = n + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\beta} \left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{4\beta^2}{\pi^2} R_n} + \alpha_n \right); \\ \epsilon_{nm} &= n + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\beta} \left(\sqrt{(m - \alpha_n)^2 + \frac{4\beta^2}{\pi^2} R_n} - (m - \alpha_n) \right), \quad m = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (24)$$

Первые два из соотношений (24) определяют резонансную пару уровней, а третье – уровни правой ямы, расположенные в ее окрестности и нумеруемые индексом m относительно L -уровня. Поскольку сдвиг R -уровней $m \neq 0$ уменьшается пропорционально m^{-2} , существенно сдвигается только уровень $m = 0$, ближайший к L -уровню. Таким образом, туннелирование изменяет положение только пар ближайших уровней, не затрагивая остальные. Как показано в [40–43], при совпадении частот ям, когда некоторые из значений $\alpha_n = 0$, возникают изолированные резонансы, при которых сдвиги пропорциональны $\sqrt{R_n}$.

Картина изолированных резонансов полностью изменяется, когда $\beta R_n \geq 1$. При использовании для решения уравнения (22) разложения

$$\tan z = \sum_{m=0}^{\infty} 2z \left(z^2 - \pi^2 \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \right)^{-1} \quad (25)$$

было найдено, что туннелирование создает почти эквидистантный спектр L R -уровней, расположенных вблизи полюсов $\tan(\pi(\alpha + \beta\chi))$:

$$\chi_{nm} = \pm \frac{m + \frac{1}{2} - \alpha_n}{\beta} \left(1 + \frac{1}{\pi\beta R_n} \right). \quad (26)$$

Число таких уровней в окрестности n -го растет пропорционально βR_n . Хотя изолированные резонансы перекрываются, спектр собственных значений остается действительным. Когда $\beta R_n \geq 1$, разделение во времени внутриямной и туннельной динамики перестает выполняться. При постоянной прозрачности барьера сдвиги уровней уменьшаются обратно пропорционально их плотности.

Инстантонные волновые функции в классически запрещенной области находятся как решения квазиклассических уравнений при собственных значениях ϵ_{mn} . Вблизи минимума эти функции асимптотически гладко переходят в функции параболического цилиндра, а вблизи точки поворота

$X \approx 1 - 2\epsilon_{nm}$ – в функции Эйри. В классически разрешенной области функции Эйри переходят в быстро осциллирующие функции в форме ВКБ:

$$\left(\frac{dW_3}{dX}\right)^{-1/2} \cos\left(\gamma W_3(X, \epsilon_{nm}) + \frac{\pi}{4}\right), \quad W_3(X, \epsilon_{nm}) = \int_X^{b^2} (\epsilon_{nm} - V(x))^{1/2} dx. \quad (27)$$

Коэффициенты разложения находятся из уравнений для собственных значений с учетом нормировки собственных функций. При $\beta R_n \ll 1$ задача для двухуровневой системы также рассматривалась в [40–43]. Для каждого значения n наиболее сильно делокализованы функции двух ближайших уровней, описываемых соотношениями (24) при $m=0$, тогда как уровни $m \neq 0$ локализованы в R -яме. Вид волновых функций кардинально изменяется при $\beta R_n \geq 1$. В этом случае функция левой ямы смешивается со всей совокупностью функций правой ямы, образующих эквидистантный спектр в окрестности ее собственного значения. В свою очередь все эти функции обладают заметной амплитудой в L -яме. Поскольку коэффициенты разложения быстро уменьшаются при $m > \beta R_n$, задача решается численно при произвольных значениях βR_n . Следует подчеркнуть, что полученные в [40–43] результаты непосредственно применимы к асимметричному потенциалу произвольной формы. Изменение спектра собственных значений и волновых функций происходит независимо от формы потенциала, когда частота нелинейных колебаний в правой яме при резонансных значениях энергии становится сравнимой с туннельным расщеплением, т.е. в области $\beta R_n \approx 1$. По этой причине все изменения туннельной динамики рассматриваются в зависимости от этого параметра, непосредственно относящегося к золотому правилу Ферми.

Динамику междужамных переходов в зависимости от плотности состояний можно охарактеризовать с помощью вероятности выживания начально приготовленного локализованного состояния

$$P(\psi, t) = \left| \langle \Psi(0) | \Psi(t) \rangle \right|^2. \quad (28)$$

Эта корреляционная функция широко используется для описания классически неинтегрируемых систем [40–43]. Для собственных стационарных состояний $P(t)=1$, а для метастабильных состояний с временем распада Γ спектральное распределение имеет δ -пик в нижней полуплоскости при $E - i\Gamma/2$, и $P(t) = \exp(-\Gamma t)$. Для дискретного спектра связанных состояний спектральное распределение произвольного состояния ψ выражается совокупностью δ -пику с амплитудами, равными квадратам коэффициентов разложения ψ по ортонормированному базису собственных функций

$$\{\Psi_n, \Psi_{nm}\},$$

$$S(\psi, E) = \sum_n \left| \langle \psi | \Psi_n \rangle \right|^2 \delta(E - E_n). \quad (29)$$

Для локализованных функций амплитуды $\langle \psi | \Psi_n \rangle$ являются элементами матрицы, обратной матрице коэффициентов разложения (27). Вероятность выживания является квадратом преобразования Фурье для спектрального распределения (23):

$$\langle \psi(0) | \psi(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} S(E) \exp\left(i \frac{E}{\hbar} t\right) dE, \quad (30)$$

что непосредственно следует из разложений $\psi(0)$ и $\psi(t)$ по собственным функциям с независимыми от времени амплитудами [40–43].

В работах [40–43] демонстрируется изменение спектрального распределения функции локализованного начального состояния ψ_n в левой яме при изменении βR_n . При малых расщеплениях спектр состоит из двух пиков одинаковой амплитуды, соответствующих состояниям ψ_n и ψ_{n0} , энергии которых различаются на величину туннельного расщепления. Амплитуды состояний с $m \neq 0$ малы – порядка $O(1/m^2 \beta R_n)$. С увеличением βR_n спектральное распределение превращается в совокупность эквидистантных пиков с $|m| \leq \beta R_n$. При малых βR_n $P(t)$ осциллирует в масштабе частоты туннельного расщепления порядка $\sqrt{R_n}/\beta$ в результате когерентных междоуямных переходов между резонансными состояниями

$$P(\psi_n, t) = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \sqrt{\frac{R_n}{\beta}} t \right), \quad \beta R_n \ll 1. \quad (31)$$

Однако в области $\beta R_n \approx 1$ осцилляции с таким периодом почти полностью подавляются и восстановление начальной амплитуды (возвращение в левую яму) происходит в масштабе периода колебаний в правой яме $\beta > \sqrt{\beta/R_n}$. Благодаря «битве экспонент» вероятность выживания уменьшается в масштабе времен порядка R_n^{-1} , т.е. вероятности перехода, предсказываемой золотым правилом Ферми. Таким образом, для времен $R_n^{-1} < t < \beta$ переходы некогерентны, а для $t > \beta$ становятся когерентными.

В терминах матрицы плотности вероятность выживания и спектральное распределение описывается соотношениями

$$P(\psi, t) = 2\pi\hbar \operatorname{Tr}(\rho(0)\rho(t));$$

$$S(\psi, E) = (2\pi\hbar)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i \frac{E}{\hbar} t\right) \operatorname{Tr}\left(\exp\left(-i \frac{H}{\hbar} t\right) \rho(0)\right) dt, \quad (32)$$

где $\rho(t) = \rho(X, X', t) = \psi(X, t)\psi(X', t)$ – матрица плотности, отвечающая $\psi(X, t)$. Огибающая спектрального распределения (так называемое сглажен-

ное распределение, или силовая функция) вводятся соотношением при ограниченном интервале интегрирования:

$$S_T(\psi, E) = (2\pi\hbar)^{-1} \int_{-T}^T \exp\left(i\frac{E}{\hbar}t\right) \text{Tr}\left(\exp\left(-i\frac{H}{\hbar}t\right)\rho(0)\right) dt. \quad (33)$$

С помощью равенства

$$\frac{\sin\left((E-E')\frac{T}{\hbar}\right)}{\pi(E-E')} = (2\pi\hbar)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i\frac{E-E'}{\hbar}t\right) dt = \Omega(E-E') \quad (34)$$

соотношение (32) можно переписать в виде

$$S_T[\psi, E] = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega_T(E-E') S(\psi, E') dE' = \sum_n \Omega_T(E-E_n) |\langle \psi | \Psi_n \rangle|^2, \quad (35)$$

поясняющем процедуру сглаживания при уменьшении интервала интегрирования. Силовая функция количественно описывает переход от некогерентного туннелирования к когерентному с увеличением времени.

Хеллер ввел константу скорости эволюции начального локализованного состояния:

$$R^{-1}(T) = \left(\int_{-T}^T P(t) dt \right). \quad (36)$$

Поскольку

$$\langle \psi(0) | \psi(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-i\frac{E}{\hbar}t\right) S_T(E) dE, \quad t < |T|,$$

то константа скорости эволюции связана с силовой функцией соотношением

$$R^{-1}(T) = 2\pi\hbar \int_{-\infty}^{\infty} S_T^2(E) dE. \quad (37)$$

Заключение

Проблеме туннельного распада квазистационарных состояний в мезосистемах различной природы (в различных задачах физики, химии и биологии) посвящено множество монографий, обзоров и статей [1–50]. Вполне универсальными в различных приложениях оказываются типичные формы поверхностей потенциальной энергии. При рассмотрении задач туннельного распада, как уже упоминалось, часто рассматриваются потенциалы типа «кубической параболы» с состояниями как вблизи дна ямы, так и вблизи вершины барьера (при этом часто одномерные задачи обобщаются на многомерный случай (+ осцилляторная «среда – термостат»). Помимо классических задач α -распада и мономолекулярных реакций диссоциации, уместно вспом-

нить известную задачу Франца – Келдыша (ионизация в полях лазерного излучения; состояния вблизи границы непрерывного спектра во внешнем поле), а также развитие науки о квантовом туннелировании с диссипацией применительно к системам с контактами Джозефсона. Сюда же примыкает знаменитая задача Ландау – Зинера (преддиссоциация), магнитный пробой (Займан), эффект Яна – Теллера, спектроскопия переходного состояния в реальном времени (Зивейл) и др. В моделях с двухъямными потенциалами (в том числе асимметричными) изучаются реакции изомеризации, динамическая водородная связь в биологии, а также изомеризация в бистабильных системах (на примере фотохромных материалов). Особый интерес представляют пары связанных бистабильных систем, а также модели квантовых бифуркаций в таких системах [13, 42, 46]. В последнее время активно изучаются системы и модели туннельно-связанных квантовых точек и нитей [48–50].

Актуальным также оказывается экспериментальное изучение кластеров с небольшим числом степеней свободы методом спектроскопии высоко разрешения (например, реакции изомеризации в газах с молекулами с малым числом степеней свободы). Теоретически важной задачей является рассмотрение перехода от регулярных состояний к эргодическим в упомянутых модельных потенциалах. Исторически, начиная с работ Ландау, Вигнера и Зельдовича, изучалось квазиклассическое квантование, а также комплексные собственные значения энергии, комплексное время, инстантонные траектории. В многомерных задачах, как правило, рассматривается система $V(x)$ + гармонический термостат с бистабильной связью. Устанавливается связь свойств термостата (появление статистики) с броуновским движением (феноменологическое уравнение Ланжевена и Лиувилля – фон Неймана, флуктуационно-диссипационная теорема, модель Крамерса и ее обобщения), изучаются различные типы состояний – регулярные вблизи дна ямы и эргодические вблизи вершины барьера. Формулируются соответствующие постулаты в спектроскопии и квантовой динамике. Изучаются модели и системы с динамическим и статистическим хаосом, в том числе распадные 2D-потенциалы [48–50].

При всех существующих достижениях в этой области на сегодняшний момент остается ряд серьезных проблем (квантовая проблема Ландау – Зинера, проблема возникновения распадных состояний в «нераспадных» потенциалах, квантовая динамика открытых систем и др.), которые требуют своего разрешения.

Более детальное изложение рассматриваемых в данной статье проблем можно найти в [50].

Авторы благодарят проф. В. А. Бендерского (институт проблем химической физики РАН) за полезное обсуждение материалов обзора и представленные материалы.

Список литературы

1. **Caldeira, A. O.** Influence of dissipation on quantum tunneling in macroscopic systems / A. O. Caldeira, A. J. Leggett // Phys. Rev. Lett. – 1981. – V. 46, № 4. – P. 211–214.
2. **Affleck, I.** Quantum-statistical metastability / I. Affleck // Phys. Rev. Lett. – 1981. – V. 46, № 6. – P. 388–391.

3. **Wolynes, P. G.** Quantum theory of activated events in condensed phases / P. G. Wolynes // *Phys. Rev. Lett.* – 1981. – V. 47, № 13. – P. 968–971.
4. **Langer, J. S.** Theory of the condensation point / J. S. Langer // *Ann. of Phys.* – 1967. – V. 41, № 1. – P. 108–157.
5. **Ларкин, А. И.** Квантовое туннелирование с диссипацией / А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников // *Письма в ЖЭТФ.* – 1983. – Т. 37, № 7. – С. 322–325.
6. **Larkin, A. I.** Decay of the supercurrent in tunnel junctions / A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov ; Preprint Istituto di Cibernetica del Consiglio Nazionale delle Ricerche Arco Felice. – Napoli, 1983. – 23 p.
7. **Ларкин, А. И.** Квантовомеханическое туннелирование с диссипацией. Предэкспоненциальный множитель / А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников // *ЖЭТФ.* – 1984. – Т. 86, № 2. – С. 719–726.
8. **Ларкин, А. И.** Затухание тока в сверхпроводящих контактах при неравновесной функции распределения электронов / А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников // *ЖЭТФ.* – 1984. – Т. 87, № 5 (11). – С. 1842–1856.
9. **Ларкин, А. И.** Квантовая локализация в нерегулярных системах разной мерности (макроскопическое квантовое туннелирование с диссипацией). – М. : Изд-во МИФИ, 1985. – 40 с.
10. **Мельников, В. И.** О броуновском движении квантовых частиц / В. И. Мельников, С. В. Мешков // *Письма в ЖЭТФ.* – 1983. – Т. 38, № 3. – С. 111–113.
11. **Ларкин, А. И.** Влияние квантования уровней на время жизни метастабильных состояний / А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников // *ЖЭТФ.* – 1986. – Т. 91, № 1 (7). – С. 318–325.
12. **Ивлев, Б. И.** Туннельно-активационное движение струны через потенциальный барьер / Б. И. Ивлев, В. И. Мельников // *ЖЭТФ.* – 1986. – Т. 91, № 5 (11). – С. 1944–1954.
13. **Ивлев, Б. И.** Распад метастабильных состояний при наличии близких подбарьерных траекторий / Б. И. Ивлев, Ю. Н. Овчинников // *ЖЭТФ.* – 1987. – Т. 93, № 2 (8). – С. 668–679.
14. **Grabert, H.** Thermal enhancement of the quantum decay rate in a dissipative system / H. Grabert, U. Weiss // *Z. Phys.* – 1984. – V. 56, № 2. – P. 171–183.
15. **Caldeira, A. O.** Quantum tunnelling in a dissipative system / A. O. Caldeira, A. J. Leggett // *Ann. of Phys.* – 1983. – V. 149, № 2. – P. 374–456.
16. **Мельников, В. И.** Активационно-туннельный распад метастабильных состояний / В. И. Мельников // *ЖЭТФ.* – 1984. – Т. 87, № 2 (8). – С. 663–673.
17. **Dekker, H.** Classical and quantum mechanics of the damped harmonic oscillator / H. Dekker // *Phys. Repts.* – 1981. – V. 80, № 1. – P. 1–112.
18. **Leggett, A. J.** Quantum tunneling in the presence of an arbitrary linear dissipation mechanism / A. J. Leggett // *Phys. Rev.* – 1984. – V. 30, № 3. – P. 1208–1218.
19. **Сумецкий, М. Ю.** Неупругое туннелирование частицы, взаимодействующей с колебаниями / М. Ю. Сумецкий // *ЖЭТФ.* – 1985. – Т. 89, № 2 (8). – С. 618–634.
20. **Овчинников, Ю. Н.** Динамика частицы в двухъямном потенциале / Ю. Н. Овчинников // *ЖЭТФ.* – 1988. – Т. 94, № 5. – С. 365–375.
21. **Ивлев, Б. И.** О динамике частицы в двухъямном потенциале / Б. И. Ивлев // *ЖЭТФ.* – 1988. – Т. 94, № 7. – С. 333–343.
22. **Туннельные явления в твердых телах** : пер. с англ. / под ред. Э. Бурштейна, С. Лундквиста. – М. : Мир, 1973. – 422 с.
23. **Кожушнер, М. А.** Туннельные явления / М. А. Кожушнер. – М. : Знание, 1983. – 64 с.
24. **Белл, Р.** Протон в химии : пер. с англ. / Р. Белл. – М. : Мир, 1977. – 384 с.
25. **Чернавская, Н. М.** Туннельный транспорт электронов в фотосинтезе / Н. М. Чернавская, Д. С. Чернавский. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1977. – 176 с.

26. **Bell, R. P.** The tunnel effect in chemistry / R. P. Bell. – London ; New York : Chapman and Hall, 1980. – 222 p.
27. **Замараев, К. И.** Туннелирование электрона в химии / К. И. Замараев, Р. Ф. Хайрутдинов, В. П. Жданов. – Новосибирск : Наука, Сибирское отделение, 1985. – 318 с.
28. **Гольданский, В. И.** Туннельные явления в химической физике / В. И. Гольданский, Л. И. Трахтенберг, В. Н. Флеров. – М. : Наука, 1986. – 296 с.
29. **Вайнштейн, А. И.** Инстантонная азбука / А. И. Вайнштейн, В. И. Захаров, В. А. Новиков, М. А. Шифман // УФН. – 1982. – Т. 136, № 4. – С. 553–591.
30. **Раджараман, Р.** Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля : пер. с англ. / Р. Раджараман. – М. : Мир, 1985. – 416 с.
31. **Coleman, S.** The uses of instantons / S. Coleman // The ways of subnuclear physics / ed. by A. Zichichi. – L. ; N. Y. : Plenum press, 1979. – P. 805–941.
32. **Фейнман, Р.** Статистическая механика : пер. с англ. / Р. Фейнман. – М. : Мир, 1975. – 408 с.
33. **Ландау, Л. Д.** Квантовая механика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Наука, 1974. – 752 с.
34. Справочник по специальным функциям : пер. с англ. / под. ред. М. Абрамовица, И. Стиган. – М. : Наука, 1979. – 832 с.
35. **Фейнман, Р.** Квантовая механика и интегралы по траекториям : пер. с англ. / Р. Фейнман, А. Хибс. – М. : Мир, 1968. – 384 с.
36. **Глазман, Л. И.** Неупругое туннелирование через тонкие аморфные пленки / Л. И. Глазман, К. А. Матвеев // ЖЭТФ. – 1988. – Т. 94, № 6. – С. 332–343.
37. **Тернов, И. М.** Квантовая механика и макроскопические эффекты / И. М. Тернов, В. Ч. Жуковский, А. В. Борисов. – М. : Изд-во МГУ, 1993. – 198 с.
38. **Жуковский, В. Ч.** Квантовые эффекты в мезоскопических системах. Ч. I. Квантовое туннелирование с диссипацией / В. Ч. Жуковский, В. Д. Кревчик, М. Б. Семенов, А. И. Тернов. – М. : Изд-во. физического ф-та МГУ, 2002. – 108 с.
39. **Benderskii, V. A.** Chemical Dynamics at Low Temperatures, Wiley-Interscience V. A. Benderskii, D. E. Makarov, C. A. Wight. – New York, 1994. – 385 с.
40. **Benderskii, V. A.** Semiclassical approach to states near the potential barrier top / V. A. Benderskii, E. V. Vetoshkin, E. I. Kats. // Zh. Eksp. Teor. Fiz. (Russian). – 2002. – V. 122, № 4. – P. 746–764.
41. **Benderskii, V. A.** Instanton versus traditional WKB approach to Landau-Zener problem / V. A. Benderskii, E. V. Vetoshkin, E. I. Kats. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0303275>
42. **Benderskii, V. A.** Competing tunneling trajectories in a 2D potential with variable topology as a model for quantum bifurcations / V. A. Benderskii, E. V. Vetoshkin, E. I. Kats, H. P. Trommsdorff // Phys. Rev. E. – 2003. – V. 67. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0209030>.
43. **Benderskii, V. A.** Coherent oscillations and incoherent tunneling in one-dimensional asymmetric double-well potential / V. A. Benderskii, E. I. Kats. – URL: <http://www.arxiv.org/cond-mat/0107495>.
44. **Овчинников, Ю. Н.** Проводимость гранулированных металлических пленок / Ю. Н. Овчинников // ЖЭТФ. – 2007. – Т. 131, № 2. – С. 286–290.
45. **Овчинников, А. А.** Принципы управляемой модуляции низкоразмерных структур : моногр. / А. А. Овчинников и др. – М. : Изд-во УНЦ ДО, 2003. – 510 с.
46. **Aringazin, A. K.** Two-dimensional tunnel correlations with dissipation / A. K. Aringazin, V. D. Krevchik, M. B. Semenov [et al.] // Physical Review B. – 2003. – V. 68. – P. 155426-1–155426-12.
47. **Имри, Й.** Введение в мезоскопическую физику / Й. Имри. – М. : Физматлит, 2002. – 304 с.
48. **Арынгазин, А. К.** Введение в современную мезоскопику / А. К. Арингазин, В. Д. Кревчик, М. Б. Семнов [и др.] – Пенза : Изд-во ПГУ, 2003. – 570 с.

49. Transfer processes in low-dimensional systems : сборник статей / под ред. Ю. И. Дахновского, В. Д. Кревчика, В. Я. Кривнова, М. Б. Семенова, К. Yamamoto. – Токуо, Japan : UT Research Institute Press, 2005. – 690 p.
50. Управляемое диссипативное туннелирование : коллективная монография ; посв. памяти академика РАН А. И. Ларкина ; под ред. Нобелевского лауреата Э. Леггетта ; при ред. участии В. Д. Кревчика, М. Б. Семенова, К. Ямамото и др. – М. : Изд-во физического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова, 2009. – Ч. 1, 2.

Кревчик Владимир Дмитриевич

доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
физики, Пензенский государственный
университет

E-mail: physics@pnzgu.ru

Krevchik Vladimir Dmitrievich

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, head of physics
sub-department, Penza State University

Семенов Михаил Борисович

доктор физико-математических наук,
профессор, кафедра физики, Пензенский
государственный университет

E-mail: physics@pnzgu.ru

Semenov Mikhail Borisovich

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, sub-department
of physics, Penza State University

Зайцев Роман Владимирович

кандидат физико-математических наук,
доцент, кафедра физики,
Пензенский государственный
университет

E-mail: physics@pnzgu.ru

Zaytsev Roman Vladimirovich

Candidate of physical and mathematical
sciences, associate professor,
sub-department of physics,
Penza State University

Гаврина Зоя Алексеевна

соискатель, Пензенский
государственный университет

E-mail: physics@pnzgu.ru

Gavrina Zoya Alekseevna

Applicant, Penza State University

УДК 539.23; 539.216.1; 537.311.322

Кревчик, В. Д.

Диссипативный туннельный транспорт: состояние проблемы и перспективы / В. Д. Кревчик, М. Б. Семенов, Р. В. Зайцев, З. А. Гаврина // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2011. – № 2 (18). – С. 113–130.